Рассмотрим систему уравнений

В индексных обозначениях можно переписать так

Пусть , тогда и

Аналогично

и т.п.

**Разложение на множители** (приведение к виду свертки)

**Дуальные объекты**. Если объект преобразовать таким образом:

то полученные объекты называются **дуальными**, а соответствующая операция – **дуализацией** объектов.

Обратное соотношение:

Действительно, .

**Задача**. Показать развернутую запись объекта

**Задача.** Воспользовавшись дуальным представлением объекта показать, что

**Матрицы**

**Матричное произведение**.

Матричное произведение производится по правилу “строка на столбец”.

Т.е. можем написать

Это верно для любых размерностей объекта, главное, чтобы размерность строки левого множителя была равна размерности столбца правого.

Систему уравнений можно записать так

**Внутренним произведением** объектов и называют свертку вида

**Внешним произведением** объектов и называют объект

**Определители.**

**Вычисление определителей** (детерминантов).

По определению, детерминант:

или

Рассмотрим объект 3-го порядка

Можно заметить, что 1) если равны любые два индекса он равен нулю, 2) если образуют четную перестановку, то это определитель , если нечетную – определитель с обратным знаком. Эти утверждения позволяют записать важную формулу

Или

**Теорема Бине-Коши**. Детерминант произведения двух матриц равен произведению их детерминантов

**Доказательство**.

Пусть задано матричное произведение

Докажем, что

**Алгебраическое дополнение**.

Введем обозначение

Элементы называются **алгебраическими дополнениями** определителя .

Зафиксируем столбцы .

Т.е. сумма произведений элементов одного столбца на алгебраические дополнения другого столбца равна нулю.

Аналогично получается разложение по элементам строк. Для этого берем второе равенство:

Зафиксируем строки .

Т.е. сумма произведений элементов одной строки на алгебраические дополнения другой строки равна нулю.

**Задача**. Найти алгебраические дополнения определителя

**Решение**.

Найдем алгебраические дополнения по первому столбцу.

Видим, что определители получаются вычеркиванием соответствующих строк и столбцов. Знак определителя зависит от четности суммы индексов.

Можно увидеть, что

Например,

**Решение систем линейных уравнений.**

Рассмотрим систему уравнений

В индексных обозначениях можно переписать так

Можно ввести иные обозначения